

НЕПЕРЕХОДНОСТЬ (НЕТРАНЗИТИВНОСТЬ) ОТНОШЕНИЙ ПРЕВОСХОДСТВА И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ¹

А.Н. ПОДДЬЯКОВ



Поддьяков Александр Николаевич — заместитель декана факультета психологии ГУ ВШЭ, доктор психологических наук.

Области научных интересов: исследовательское поведение, мышление и творчество человека, психология решения комплексных задач, психология экономического поведения, обучение и развитие. Имеет более 100 научных публикаций. Информация о его исследованиях представлена в издании «Who's who in science and engineering» (2005–2006). Член редколлегии журналов «Психология. Журнал Высшей школы экономики», «Исследовательская работа школьников», «Mathematical thinking and learning». Член Международного общества изучения развития поведения (ISSBD). Контакты: alpod@gol.ru

Резюме

В статье осуществляется междисциплинарный анализ транзитивности — нетранзитивности (переходности — непереходности) отношения превосходства: А превосходит В, В превосходит С, А превосходит (уступает) С. Доказывается, что принцип транзитивности не является универсальным: во множестве предметных областей и с помощью различных исследовательских методов показано, что аксиома транзитивности, справедливая при отсутствии взаимодействий между сравниваемыми объектами, перестает работать в более сложных ситуациях. Здесь требуется изменение способа рассуждений, и само следование аксиоме транзитивности может стать логической ошибкой. Вводится различие четырех типов ситуаций, связанных с: а) объективностью отношений транзитивности — нетранзитивности и б) их субъективной оценкой человеком. Анализируются последствия решений, в том числе ошибочных, сделанных с использованием принципа транзитивности.

¹Работа поддержана РГНФ, проект № 06-06-00183а.

Аксиома транзитивности обладает мощной притягательностью и играет фундаментальную роль в практических рассуждениях... любое оспаривание этой аксиомы будет угрожать не только возможности последовательного подхода к ранжированию тех или иных объектов; оно может угрожать самому понятию рациональности.

Л. Темкин

Важнейшей частью постановки и решения самых разных проблем является оценивание, сравнение конкурирующих альтернатив на предмет выбора одной или нескольких наилучших. Человек должен сравнивать возможные способы практических действий, чтобы выбрать один из них; сравнивать множество объектов или субъектов, соперничающих между собой; несколько конкурирующих теорий той или иной системы; пути дальнейшего развития этой системы и т. д. В ситуациях конфликта и борьбы часто жизненно важны умозаключения и прогнозы о превосходстве одних участников над другими, об отношениях доминирования и подчиненности, о предпочтительности одних средств борьбы по сравнению с другими.

Оценивание осуществляется в соответствии с теориями («наивными», имплицитными или научными, эксплицитными), формирующимися у решателя-исследователя. При этом единая теория любого достаточно сложного развивающегося объекта вряд ли возможна. Так, вряд ли возможна единая психологическая теория (Юревич, 2005).

Проблемы сравнения не элементарных, а сложных объектов, как реальных, так и идеальных, во многом связаны с тем, что эти объекты обладают свойствами эмергентности (система больше суммы составляющих ее частей), недизъюнктивности и дру-

гими неожиданными свойствами, плохо описываемыми средствами методологии, не учитывающей системных взаимодействий. Эти свойства систем и методы их исследования анализируются А.В. Брушлинским (Брушлинский, 1996), Б.Ф. Ломовым (Ломов, 1984), Ю.Н. Мельниковым (Мельников, 1983) и др. Здесь же мы считаем необходимым остановиться на дискуссионной проблеме непереходности (нетранзитивности) отношений превосходства при взаимодействии сложных систем.

В логике транзитивность (переходность) определяется как такое свойство отношений, при котором из того, что первый элемент находится в определенном отношении ко второму, а второй к третьему, следует, что первый элемент находится в этом же отношении к третьему (из aRb и bRc следует aRc). Не все отношения транзитивны (например, отношение «любит» не транзитивно). Но в классической логике сравнения и в традиционной теории принятия решений *транзитивность отношений превосходства вводится как аксиома, считающаяся «ключевым критерием рациональных действий»* (Козелецкий, 1979, с. 94). Эта аксиома состоит в следующем: если первое превосходит второе в определенном отношении (по определенному признаку), а второе превосходит третье, то первое превосходит третье в указанном отношении (Зиновьев, 1972, с. 79).

Понятие «превосходит» может быть заменено сравнительными понятиями «предпочтительнее», «лучше», «хуже», «более эффективно», «менее эффективно», «выгоднее» и т. д.

Овладение транзитивными рассуждениями считается одним из важнейших этапов умственного развития человека. Оно связано со способностью делать дедуктивные заключения, с пониманием сущности измерения, принципов сохранения по Ж. Пиаже и т. д. В ряде работ показано, что в онтогенезе первые транзитивные умозаключения начинают осуществляться примерно с 5 лет. Пример задачи на транзитивное заключение для детей: «Петя выше Бори. Боря выше Гены. Кто выше всех?»

Условием транзитивности отношения превосходства является ацикличность — эти отношения не должны образовывать круг (Нечеткие множества..., 1986). (В частности, в нашем примере из того, что Петя выше Бори, а Боря выше Гены, следует, что Петя должен быть выше Гены, иначе отношение роста всех троих станет круговым.)

Следование аксиоме транзитивности рассматривается многими авторами как необходимое условие разумности выбора, а ее нарушение — как логическая ошибка (Ивин, 1998, с. 55–56; Tversky, 1969). Если человек предпочитает, например, банан апельсину, а апельсин — яблоку, то при необходимости выбора между бананом и яблоком разумное (а не ситуативное и эмоциональное) решение состоит в выборе банана. Аналогично, по мнению ряда исследователей, транзитивность должна соблюдаться и при принятии более важных и ме-

нее очевидных решений. Приведем пример из экономической психологии: «Допустим, что человеку был предложен выбор между сокращением рабочего дня и повышением заработной платы, и он предпочел первое. Затем ему предложили выбирать между повышением заработной платы и увеличением отпуска, и он избрал повышение заработной платы. Означает ли это, что, сталкиваясь затем с необходимостью выбора между сокращением рабочего дня и увеличением отпуска, этот человек выберет в силу законов логики, так сказать, автоматически, сокращение рабочего дня? Будет ли он противоречить себе, если выберет в последнем случае увеличение отпуска? Ответ здесь не очевиден» (Ивин, 1998, с. 55–56). Добавим: не очевиден из-за множества взаимосвязанных параметров, которые человек должен учесть при решении этой комплексной проблемы.

При необходимости учета сразу многих параметров и критериев люди нередко совершают ошибочные нетранзитивные выборы. А. Тверски разработал методику, которая актуализирует имеющуюся у людей тенденцию делать нетранзитивные выборы и позволяет изучать особенности таких решений. Например, он предлагал испытуемым совершать выбор между попарно предъявляемыми психологическими портретами кандидатов, проходящих по конкурсу на определенную должность и различающихся по: а) интеллекту, б) эмоциональной стабильности и в) социальной активности,— выбирая наиболее подходящего. А. Тверски сумел разработать такие психологические портреты, что большинство испытуемых в паре кандидатов

А—В предпочитали кандидата А, в паре В—С — кандидата В, в паре С—D — кандидата С, в паре D—Е — кандидата D, но в паре А—Е — кандидата Е. Более того, когда экспериментатор указывал им на создавшееся противоречие, многие испытуемые спорили, доказывая обоснованность своих выводов (Tversky, 1969). В других экспериментах А. Тверски испытуемые совершали нетранзитивные выборы между несколькими играми-лотереями (задача состояла в том, чтобы выбрать, в какой лотерее участвовать).

С нашей точки зрения, здесь важны положения теории личности В.А. Петровского. Он рассматривает нетранзитивность человеческих предпочтений не как исключение, а как правило, как показатель эмоциональной сложности личности. *Непереходность* связана с *переходами* к новым системам критериев предпочтения. В.А. Петровский предлагает математический аппарат для оценки числа различных критериев, используемых человеком, по количеству и характеру нарушений транзитивности предпочтений (Петровский, 1996, с. 417–425). Таким образом, В.А. Петровский вносит существенный вклад в разработку данной проблематики, ставя и решая задачу, в некотором смысле обратную той, что ставил А. Тверски. А. Тверски задавал в инструкции испытуемому в явном виде критерии оценки (например, интеллект, эмоциональная стабильность, социальная активность) и сообщал ему уровни этих оценок у разных кандидатов, провоцируя нетранзитивные выборы. В.А. Петровский на основе сделанных человеком нетранзитивных выборов между теми или иными

объектами реконструирует использовавшиеся этим человеком (часто неосознанно использовавшиеся) критерии оценивания и изменяющиеся уровни оценок.

Мы выделяем три различные, но взаимосвязанные группы аргументов в дискуссиях о принципе переходности отношений превосходства. Одна группа связана со строгими формально-логическими и математическими доказательствами транзитивности — нетранзитивности. Вторая группа связана с анализом реальных нетранзитивных отношений в тех или иных конкретных областях (например, биологии, социологии, психологии и др.) и конкретных механизмов взаимодействий, ведущих к нетранзитивности, если она обнаруживается. Третья группа аргументов в дискуссиях о транзитивности — нетранзитивности отношений превосходства относится к общенаучным и философским обобщениям проблемы и ее важнейшим следствиям.

Логические и математические модели нетранзитивности

С одной стороны, существует простое логическое рассуждение, призванное наглядно продемонстрировать ошибочность нарушения принципа транзитивности. Оно называется «денежным насосом» («money pump») и состоит в следующем. Пусть имеется 3 объекта А, В, С (это могут быть неодушевленные предметы — товары, лотереи или же люди — кандидаты, нанимающиеся на работу, и т. д.). Пусть человек, принимающий решение, предпочитает объект А объекту В, а объект В объекту С. Тогда,

имея объект С, он будет готов заплатить некую сумму денег, чтобы заменить С на В и затем В на А. Но если он, в нарушение принципа транзитивности, предпочитает объект С объекту А, то он заплатит еще некоторую сумму, чтобы заменить А на С. Тем самым он придет к тому же, с чего начал, только теперь уже с меньшей суммой денег (Tversky, 1969, p. 45). И так будет продолжаться до тех пор, пока этот «насос» циклических, нетранзитивных предпочтений не «высосет» все средства и силы субъекта.

С другой стороны, несмотря на простоту такого рода доказательств, обсуждение принципа транзитивности вызывает дискуссии, которые временами напоминают попытки ломиться в открытую дверь. Слишком очевидны случаи, когда отношения превосходства представляются непреходными. Из наиболее наглядных примеров можно привести нетранзитивные отношения превосходства между спортивными командами: команда А может систематически выигрывать у команды В, В у С, но команда С систематически выигрывает у А (Temkin, 1996). Не менее интересно, что та же самая ситуация наблюдается в борьбе компьютерных программ — участниц соревнований по интеллектуальным играм: шахматам, нардам и т. п. (Мельников, Радионов, 2005; Мосеев, 1999; Финоженков, 2003). В группе животных особь А может доминировать над В, В над С, но С над А (Шовен, 1972, с. 78). Семейные отношения доминирования далеко не всегда транзитивны: отец доминирует над ребенком, ребенок над матерью, мать над отцом (Дружинин, 2000). В человеческой

культуре иерархия субъектов, выполняющих разные социальные функции, может быть нетранзитивной. Я. Вальсинер показывает это на примере индийской культуры (Valsiner, 1996). Он выдвигает фундаментальное положение, что нарушение транзитивности превосходства — это универсальная закономерность порождения новизны в любой системе (Poddiakov, Valsiner, в печати).

Таким образом, есть теоретические аргументы и эмпирические данные и в пользу переходности отношения превосходства в некоторых областях, и в пользу непреходности; и есть исследователи, которые жестко отстаивают аксиому транзитивности или, по крайней мере, утверждают, что потери при отказе от нее будут больше, чем при ее сохранении, и есть авторы, доказывающие ошибочность принятия транзитивности превосходства как аксиомы. На практике аксиома транзитивности отношения превосходства широко используется как нормативный принцип при построении экспертных систем, компьютерных баз знаний и систем искусственного интеллекта (Абрамова, Коврига, 2004). В ряде случаев предпринимаются специальные усилия по переводу объективно нетранзитивных отношений в транзитивный вид.

С нашей точки зрения, ситуация станет более определенной, если учесть следующее принципиальное обстоятельство. Среди аксиом теории принятия решений имеется и такая, которая исключает возможность взаимодействия между исходами (последствиями) (Козелецкий, 1979, с. 95). Однако А. Тверски и Д. Канеман сформулировали следующее

предположение: «Транзитивность, вероятно, сохраняется, когда сравниваемые опции оцениваются отдельно друг от друга, и не удерживается, когда последствия выбора опции зависят от альтернативы, с которой она сравнивается» (Tversky, Kahneman, 1986, p. 253). Л. Темкин еще более определенно пишет о необходимости различать два подхода к сравнению объектов. В первом, контекстно-независимом подходе оценка ситуации определяется только внутренними факторами и заданным идеалом (образцом), но не той или иной альтернативой, представленной в этой ситуации. Во втором, контекстно-зависимом подходе оценка ситуации зависит от альтернативы, с которой проводилось сравнение. Транзитивность соблюдается в первом подходе, но неизбежно нарушается во втором (Temkin, 1999).

Развивая эту мысль, мы высказываем более жесткое суждение: в ситуациях взаимодействия между сравниваемыми объектами само следование аксиоме транзитивности может становиться логической ошибкой. Аксиома транзитивности, справедливая при отсутствии взаимодействий, перестает работать в более сложных случаях, когда взаимодействия все-таки происходят, а сравнение производится именно по способности взаимодействовать. Поэтому здесь требуется изменение способа рассуждений (Поддяков, 2000; Poddiakov, Valsiner, в печати).

В данной статье мы сосредоточимся именно на тех случаях нетранзитивности, которые связаны с взаимодействиями между выбираемыми альтернативами.

Нетранзитивная игра в кости (бойцовский клуб игральных кубиков)

Б. Эфрон, специалист по статистике из Стэнфордского университета, предложил комплекты игральных костей, обладающих парадоксальными свойствами (Гарднер, 1988; Секей, 1990; Intransitive Dice, WWW Document; Roberts, 2004). В.А. Петровский удачно назвал эти наборы «бойцовским клубом игральных кубиков». Рассмотрим, например, набор из 4 игральных кубиков со следующими числами на гранях (Ainley, 1978; цит. по: Roberts, 2004, с. 62).

Кубик А: 7, 7, 7, 7, 1, 1
Кубик В: 6, 6, 5, 5, 4, 4
Кубик С: 9, 9, 3, 3, 3, 3
Кубик D: 8, 8, 8, 2, 2, 2

Можно убедиться, что в этом «бойцовском клубе» каждый предшествующий кубик в среднем выигрывает $2/3$ партий у последующего и проигрывает ему $1/3$ партий (т. е. в 2 раза меньше), но при этом последний кубик (D) выигрывает в той же пропорции у кубика А. (Выигрышем считается выпадение большего числа на верхней грани кубика.) Итак, на верхней грани кубика А в 2 раза чаще выпадает большее число, чем на верхней грани кубика В, на верхней грани кубика В в 2 раза чаще выпадает большее число, чем на верхней грани кубика С, и т. д., но на верхней грани кубика D — казалось бы, аутсайдера (!) — большее число выпадает в 2 раза чаще, чем на верхней грани кубика А — казалось бы, безусловного фаворита. Круг замкнулся. Тем самым можно утверждать, что эти кубики «нетранзитивны»: если

правила позволяют, то при возможности выбора из пары кубиков А и В надо выбрать А, оставив сопернику «более проигрышный» кубик В; при выборе между В и С надо выбирать В; при выборе между С и D надо выбирать С; но при выборе между D и А надо выбирать D (Гарднер, 1988; Секей, 1990). Как показал Б. Эфрон, при увеличении числа наборов преимущество будет стремиться к пределу, равному $3/4$.

Нетранзитивные кубики с 6 гранями каждый могут быть заменены игральными костями с другим числом граней (например, тетраэдрами) или же рулетками с тем или иным числом секторов и т. п. Суть дела от этого не изменится.

В целом доказано, что для любых n игральные кости с n гранями (n рулеток с n секторами и т. п.), начиная с $n > 2$, всегда можно подобрать такие числа на гранях в диапазоне до n^2 , что все члены этого «бойцовского клуба» образуют нетранзитивный круг выигрышей: первый член чаще выигрывает у второго, второй — у третьего и т. д., но последний — у первого. Разработан и алгоритм генерации чисел для таких костей (Deshpande, 2000).

Можно видеть, что, казалось бы, безупречное логическое рассуждение «денежный насос», доказывающее истинность аксиомы транзитивности, имеет в таком бойцовском клубе ограниченную силу. До некоторого предела суммы доплаты, определяемой соотношениями вероятностей и математическим ожиданием выигрыша, становится выгодно, имея последнюю кость списка, выкупать предпоследнюю кость у соперника, отдавая ему последнюю,

и т. д., а потом обменивать с доплатой первую кость списка, чтобы снова получить последнюю, и т. д. по кругу, получая все возрастающую прибыль в ходе разыгрываемых партий. Здесь мы видим работу того же насоса, но уже парадоксальным образом накачивающего, а не откачивающего деньги. Если правила игры сложны, то расчет и принятие решения: «выкупать — не выкупать», «продавать — не продавать» и за какую сумму — может оказаться весьма трудной задачей. Как пишет М. Гарднер, нетранзитивные кости «позволяют глубже осознать значение недавних открытий, связанных с общим классом вероятностных парадоксов, в которых нарушается правило транзитивности. С помощью любого из этих наборов игральные кости вы можете держать пари в условиях, настолько противоречащих интуиции, что опытные игроки почти не в состоянии разобраться в них, даже если они полностью проанализируют ход игры» (Гарднер, 1988, с. 63–66).

Мы считаем необходимым подчеркнуть, что в игральные кости, рулетках и т. д. элементы сравниваемых объектов (например, грани нетранзитивных кубиков) функционально однородны и между ними нет непосредственного (например, физического или иного) взаимодействия. Но при более сложной и дифференцированной структуре реально взаимодействующих соперничающих объектов возможны другие схемы взаимодействий, причем не только вероятностные, а и детерминистские, также ведущие к нетранзитивности. Мы показали, что непереходность отношений превосходства закономерно

наблюдается при такой дифференцированной структуре сравниваемых объектов, которая включает:

- а) средства, имеющиеся у одного объекта, для воздействия на другой объект;
- б) зоны, чувствительные к воздействию другого объекта;
- в) зоны, по тем или иным причинам «закрытые» для него.

Эти структуры могут быть несимметричны относительно друг друга, что и определяет нетранзитивный характер отношений превосходства между объектами (Поддьяков, 2000). Рассмотрим в качестве примера следующую модель.

«Выбор танка для дуэли»

Наша модель построена на материале шоу «Война роботов» (своеобразной игры в военные игрушки). Игра состоит в том, что на арене схватываются между собой дистанционно управляемые механизмы, напоминающие бульдозеры, танки, кувалды на колесах, самодвижущиеся дисковые пилы и т. п. Схватка длится до выхода механизма из строя. Отталкиваясь от особенностей реально

используемых в этой игре устройств, построим следующую модель.

Пусть имеется три условных танка. Танк «Башнерез» имеет пилу для срезания башни противника, а также защищенный и неуязвимый для какого-либо оружия мотор, но слабые шасси. Танк «Моторокрушитель» имеет устройство, выводящее из строя чужие двигатели, слабую башню и защищенные шасси. Танк «Шассидробитель» имеет устройство, выводящее их строя чужие шасси, защищенную башню и незащищенный мотор. Пусть также взаимодействие средств защиты и нападения таково, что средства защиты от определенного нападения всегда могут защитить от этого вида нападения. (В реальности так бывает не всегда.) Тогда при возможности выбора оружия в дуэли первого и второго танков предпочтительнее первый (он может прорезать слабую башню второго, а сам защищен от нападения на свой мотор, которому второй мог бы причинить ущерб). Аналогично в дуэли второго и третьего танков предпочтительнее второй, но в дуэли третьего и первого — третий, что является нарушением принципа транзитивности.

Рис. 1

Танк А поражает танк В, танк В поражает танк С, танк С поражает танк А



При вышеуказанном условии превосходства средств защиты над средствами нападения соблюдаются следующие общие отношения предпочтительности. Композиция «средства нападения в области А — защита в области Б — отсутствие средств нападения и защиты в области В» предпочтительнее композиции «отсутствие средств нападения и защиты в области А — средства нападения в области Б — защита в области В». Эта вторая, в свою очередь, предпочтительнее третьей композиции: «защита в области А — отсутствие средств нападения и защиты в области Б — средства нападения в области В». Но третья предпочтительнее первой.

Для краткости введем следующие обозначения. Наличие средств нападения в области А обозначим $H(A)$, наличие защиты в области Б обозначим $Z(B)$, а отсутствие и того, и другого в области В обозначим $O(V)$. Тогда конфигурация $H(A)Z(B)O(V)$, или HZO предпочтительнее OHZ , OHZ предпочтительнее ZOH , но ZOH предпочтительнее HZO .

Таким образом, иерархия подобных систем не выстраивается в пирамиду с указанием первого, второго и последнего места, а образует круг. По сумме побед и поражений все участники занимают одинаковые (нулевые) места. Результат конкретного конфликта определяется в такой системе только взаимодействием с конкретным соперником. Подчеркнем, что речь идет об *итоговом сравнении по некоторой одной интегральной характеристике, т. е. о сравнении в одном, пусть и сложном, отношении, а не о раздельном сравнении в разных отношениях.*

Чтобы лучше понять противоречие между принятием решения на основе принципа транзитивности как универсального (без учета контекста) и принятием решения с учетом этого контекста, представим себе следующую ситуацию. Название каждого танка записано на карточке определенного цвета. Карточки предлагаются играющему по две, и он должен выбрать одну из них. Тогда выборы этого играющего, если он знает, о каких объектах идет речь, будут выглядеть для стороннего наблюдателя немотивированно и нелогично, поскольку нарушают принцип транзитивности. Но, по существу, эти выборы и есть самые логичные и разумные, поскольку учитывают содержательный контекст — объективное строение конкретных сравниваемых объектов.

Нетранзитивные модели кооперации

Аналогично принцип транзитивности может нарушаться в ситуациях не только противодействия, но и сотрудничества, кооперации. Субъект А может быть способен к эффективной помощи субъекту Б, но субъект Б может и не быть способен к помощи А. Субъект Б способен к помощи субъекту С, а С — к помощи А, но не наоборот. В типологии К.Г. Юнга различные типы личностей образуют именно такой, нетранзитивный круг психологических отношений и взаимодействий.

Можно показать, что в ряде ситуаций при возможности выбора социальных ролей тот, для кого главное — лидировать, помогать, а не быть опекаемым, должен выбрать роль А в случае выбора между ролями

А и В, роль В в случае выбора между В и С, но роль С в случае выбора между А и С. Тот, кто хотел бы быть ведомым, опекаемым в паре, должен был бы осуществлять противоположные выборы, но также в нарушение принципа транзитивности. Это можно легко продемонстрировать на разработанных нами моделях «Врач для врача» и «Учитель для учителя».

Имеются 3 врача. Первый врач — специалист по лечению органов X, имеет здоровые органы Y и страдает заболеванием органов Z. Второй врач — специалист по лечению органов Y, имеет здоровые органы Z и страдает заболеванием органов X. Третий врач — специалист по лечению органов Z, имеет здоровые органы X и страдает заболеванием органов Y. Очевидно, что отношение «лечить более эффективно» (или же «быть более здоровым после лечения») в данном случае нетранзитивно. Аналогичным образом строится нетранзитивный круг отношения превосходства в модели «Учитель для учителя».

Объективная непереходность превосходства в предметных областях

В биологических исследованиях показано, что один вид микроорганизмов может вытеснять с территории второй вид, этот второй вытесняет третий, а тот, в свою очередь, вытесняет первый. Отношения «бойцовой силы» (combative relations) между этими видами нетранзитивны (Boddy, 2000). С нашей точки зрения, этот факт может объяснять обнаруженную в биологических экспериментах нетранзитивность предпочте-

ний у пчел: при возможности выбора между цветками А и В пчела выбирает цветок А (садится на него), при выборе между В и С предпочитает В, но С предпочитает А (Shafir, 1994). Возможное рациональное объяснение состоит в том, что некоторые растения угнетающе действуют на растения другого вида, и если пчела «знает» это на инстинктивном уровне или воспринимает своими рецепторами, то она может избегать цветов, ставших в ходе этой борьбы неприятными или опасными, что приводит к нетранзитивности предпочтений при попарных выборах.

Для интерпретации сходного факта нетранзитивности предпочтений у более сложно организованного животного — кошки (при попарных предъявлениях она может предпочитать рыбу мясу, мясо — молоку, но молоко — рыбе) — разработана модель, постулирующая, что кошка рассматривает эти предъявления как повторяющуюся игру с разными вероятностями появления указанных видов пищи. Модель показывает закономерность появления нетранзитивных предпочтений, не нарушающих в этом случае принципов рациональности (Piotrowski, Markowski, 2005). (Возможные биохимические взаимодействия здесь не учитываются.)

Как уже отмечено выше, зоопсихологической закономерностью является то, что в группе животных особь А может доминировать над В, В над С, но С над А (Шовен, 1972, с. 78).

Другой областью, содержащей богатый материал по непереходности отношений превосходства, является социология и все, что связано с

парадоксом Кондорсе. «В конце века Просвещения, когда французские аристократы усердно экспериментировали с азартными играми, рождая при этом теорию вероятностей, Кондорсе описал эффект, носящий его имя и позволяющий меньшинству на вполне демократических выборах навязать свою волю большинству, проведя либо непопулярного кандидата, либо непопулярное решение» (Ваннах, 2002). В XVIII в. маркиз де Кондорсе показал, что групповые предпочтения могут быть нетранзитивными, хотя индивидуальные предпочтения каждого члена группы абсолютно логичны, последовательны, транзитивны.

Проще всего показать это на следующем примере (Voting paradox, WWW Document).

Пусть каждый из трех избирателей (1, 2, 3) на выборах ранжирует трех кандидатов (А, В, С) следующим образом в порядке предпочтительности.

Избиратель 1 ранжирует кандидатов в порядке А, В, С.

Избиратель 2 ранжирует кандидатов в порядке В, С, А.

Избиратель 3 ранжирует кандидатов в порядке С, А, В.

Можно видеть, что два избирателя из трех (1-й и 3-й), т. е. 2/3 всех

голосующих, считают А более предпочтительным, чем В (А поставлен ими перед В). Два избирателя из трех (1-й и 2-й), т. е. тоже 2/3 голосующих, считают В более предпочтительным, чем С. И два избирателя из трех (2-й и 3-й), т. е. тоже 2/3 голосующих, считают С более предпочтительным, чем А (!). При этом по сумме набранных голосов все кандидаты равны между собой. Индивидуальные транзитивные предпочтения парадоксальным образом трансформировались в нетранзитивные групповые. «Сумма рациональных выборов стала нерациональной из-за специфики взаимодействий между этими рациональными выборами» (там же).

Со своей стороны, обратим внимание на еще один парадоксальный факт. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена между предпочтениями двух любых избирателей из этой тройки отрицателен и равен -0.5^2 . Но отрицательные коэффициенты корреляции между рангами предпочтений у разных людей характеризуют, как известно, скорее несогласие между этими людьми, чем их согласие друг с другом. И это при том, что, как показано выше, любые две трети избирателей согласны между собой в сравнительной оценке двух третей кандидатов³.

Впрочем, Ж. Кондорсе жил значительно раньше Ч. Спирмена и не

²Коэффициент ранговой корреляции Спирмена рассчитывается по формуле:

$$r_s = 1 - 6 \times \sum d^2 / (n^3 - n),$$

где d — разница рангов, n — количество рангов.

Понимание нетранзитивности знака корреляции — особая проблема для тех, кто осваивает корреляционный анализ, но мы не будем здесь на ней останавливаться.

³Противоречие можно попытаться снять, указав на следующий факт. Действительно, любые два избирателя в этой тройке согласны между собой в сравнительной оценке двух кандидатов:

мог воспользоваться его математическим аппаратом, чтобы обнаружить и обсудить еще и этот математически интересный аспект проблемы.

С парадоксом Кондорсе не могут справиться до сих пор, хотя те или иные частичные решения предлагаются (Eppley, 2003).

Аналогично структуре предпочтений избирателей в парадоксе Кондорсе, разработан круг предпочтительности конкурирующих научных теорий (Baumann, 2005). Пусть есть три научные теории А, В, С, которые можно проранжировать, как минимум, по трем показателям: например, по объяснительной силе, подтвержденности эмпирическими данными, простоте.

По объяснительной силе теории проранжированы (отдельным субъектом или научным сообществом) в порядке А, В, С.

По эмпирической подтвержденности теории проранжированы в порядке В, С, А.

По простоте теории проранжированы в порядке С, А, В.

Получается, что теория А лучше В по двум показателям из трех (по объяснительной силе и простоте), теория В лучше С по двум показателям из трех (по объяснительной силе и эмпирической подтвержденности), теория С лучше А по двум показателям из трех (по эмпирической подтвержденности и простоте).

Качественно новым шагом в развитии проблематики, разрабатывавшейся Ж. Кондорсе, стали в XX в. исследования Кеннета Джозефа Эрроу, получившего за них Нобелевскую премию. В своей теореме о невозможности он показал принципиальную противоречивость условий, при которых социальные решения принимаются путем выявления предпочтений отдельных личностей по результатам голосования. «Невозможно создать избирательную систему, которая бы не нарушала как минимум одного из этих условий. Причем не по чьей-то злой воле, а принципиально, в силу изначальной и неустранимой порочности... Благодаря ему (Эрроу. — А.П.) стало понятно, что история человечества, повествующая о том, как лучшие умы пытались измыслить и внедрить идеальную модель демократии, повествует всего-то лишь о поисках логической химеры. Для математики, прилагаемой к общественным и экономическим дисциплинам, работы Эрроу стали тем, чем теорема Гёделя является для оснований математики» (Ваннах, 2002).

Заметим при этом, что ни в модели голосования избирателей за соперничающих кандидатов, ни в модели конкуренции теорий не учитываются критические дискуссии и обмена непосредственными практическими действиями, ведущиеся между сторонниками и противниками тех или иных кандидатов (теорий),

например, 1-й и 2-й избиратели считают, что кандидат В лучше С. Но при этом данные избиратели не согласны друг с другом в оценке двух других пар: А—В и А—С. 1-й избиратель считает, что А лучше В, и С, а 2-й — что А хуже В, и С. На одно согласие приходится два несогласия. Это помогает понять появление отрицательных коэффициентов корреляций просто на уровне здравого смысла, без детального математического анализа.

действия по нападению и защите. Чтобы учесть это важное обстоятельство, можно воспользоваться вышеописанной «бронетанковой» моделью, где взаимодействующие субъекты и объекты имеют орудия нападения, а также защищенные и уязвимые области.

Рефлексия в задачах на достижение превосходства

При решении многих комплексных проблем чрезвычайно важен анализ и учет намерений и действий других людей – партнеров, союзников, противников, представителей различных относительно нейтральных сторон и т. д. Пути этого анализа рассматриваются и моделируются в теории рефлексивных игр (Лефевр, 2000а, б; 2003; Новиков, Чхартишвили, 2003; Поспелов, 1974).

В этих играх выбор стратегий играющими осуществляется на основании знания рангов рефлексии противника. Ранги рефлексии играющих определяются следующим образом. «Игрок имеет нулевой ранг рефлексии, если он знает только матрицу платежей. Игрок обладает первым рангом рефлексии, если он считает, что его противники имеют нулевой ранг рефлексии, т. е. знают только матрицу платежей. Вообще игрок с k -ым рангом рефлексии предполагает, что его противники имеют $k-1$ -й ранг рефлексии. Он проводит за них необходимые рассуждения по выбору стратегии и выбирает свою стратегию на основе знания матрицы платежей и экстраполяции действий своих противников» (Поспелов, 1974). По-другому такие рассуждения называются ре-

курсивными (recursive thinking, recursive reasoning) (Flavell et al., 2002).

В ситуациях кооперации именно рефлексия и взаимопонимание даже без предварительных договоренностей могут способствовать совместному успеху участников. Так, муж и жена, потерявшие друг друга в супермаркете и не имеющие возможности связаться друг с другом, подумав, отправляются в «Стол находок» супермаркета – туда, куда люди обычно сдают потерянные кем-то вещи. Это решение основано на чувстве юмора каждого из них и на рефлексии – знании того, что партнер разделяет твое чувство юмора и поймет, что ты сейчас думаешь (пример Т. Шеллинга; см.: Rapoport, 1977, p. 22).

Другой пример успешной кооперативной игры на основе рефлексии описан в стихотворении английского поэта Ковентри Патмора «О поцелуе» (перевод С.Я. Маршака):

- Он целовал вас, кажется?
- Боюсь, что это так.
- Но как же вы позволили?
- Ах, он такой чудак.
- Он думал, что уснула я
- И все во сне стерплю,
- Иль думал, что я думала,
- Что думал он: я сплю!

В антагонистических играх рефлексия также может способствовать успеху более продвинутого игрока, ломая при этом объективно имевшиеся транзитивные отношения превосходства и переворачивая казавшуюся незыблемой иерархию. В качестве примера приведем забавную логическую задачу для школьников и студентов, разработанную Л.Н. Алексеевой, Г.Г. Копы-

ловым, В.Г. Марачей (Алексеев, Копылов, Марача, 2003).

В сказочном лесу среди обычных источников было 10 волшебных колодцев с отравленной водой. Все пронумерованы. Выпьешь — умрешь через час. Единственное противоядие: в течение этого часа выпить воду из колодца, номер которого больше. Тогда оба яда нейтрализуются и вреда не будет. (Например, если выпил воды из 5-го колодца, то противоядием может быть вода из 6-го, 7-го, 8-го, 9-го, 10-го). Но воду из последнего, 10-го колодца нейтрализовать ничем нельзя. Все жители сказочного леса имеют доступ только к первым 9 колодцам, а ко всем 10 — только дракон. Лиса и дракон вызвали друг друга на дуэль. Дуэль такая: каждый приносит кружку воды и дает выпить противнику. Известно, что после дуэли лиса осталась живой, а дракон — нет. Как это могло получиться?

Авторы задачи не приводят ответа в тексте статьи, видимо (наша читательская рефлексия), предлагая найти решение самостоятельно. С нашей точки зрения, решение таково. Дракон решил дать лисе воды из 10-го колодца — от него нет противоядия. При этом он решил сам запить водой из 10-го колодца то, что принесет ему лиса, чтобы нейтрализовать любой яд. Но лиса, поняв ход рассуждений дракона, принесла ему простой воды, и он, запив ее водой из 10-го колодца, отравился: эту ядовитую воду нечем запить. Лиса же перед дуэлью выпила воды из какого-то из 9 отравленных колодцев, и вода из 10-го колодца стала для нее противоядием.

Таким образом, можно видеть, что объективно имевшаяся транзитив-

ная иерархия отношений ядовитости колодцев (каждый следующий более ядовит) была использована таким образом, что пользователь менее ядовитых колодцев победил того, кто контролировал и использовал все колодцы, в том числе и самый ядовитый.

Хотя к увеличению ранга рефлексии способны лишь сильные игроки, в теории игр установлено, что при росте этого ранга, т. е. при удлинении цепочки рассуждений «я думаю, что ты думаешь, что я думаю...» есть опасность «перемудрить» (Поспелов, 1989). Можно предполагать, какую сложную цепочку рассуждений выстраивает другой, и пытаться избрести упреждающий способ действия. Однако партнер или противник рассуждал совсем не так, пришел к неожиданным выводам и в результате поступил иначе. В лучшем случае можно разминуться с приятелем, если вы нечетко договорились о месте встречи, а затем неправильно вообразили, что он думает о вас ищущем и где будет вас искать. В худшем случае ошибочная оценка хода рассуждений противника в военном конфликте может привести к гибели множества людей.

Установлено, что, если сильный игрок с высоким рангом рефлексии переоценивает противника, предполагая, что у него ранг рефлексии тоже высокий, а ранг соперника на самом деле низкий, это может привести к проигрышу данному более слабому противнику. В целом невозможно однозначно утверждать, что более высокий ранг рефлексии лучше более низкого. Предпочтительность того или иного ранга определяется его взаимодействием с рангом

рефлексии противника. Принцип транзитивности рангов в рефлексивной игре нарушается, и их нельзя выстроить в однозначную иерархию от наименее к наиболее предпочтительному. Тем самым рефлексия, способная переворачивать объективно имеющиеся отношения превосходства, сама оказывается не защищенной от опасности нетранзитивности (более подробно об этом см.: Поддьяков, 2006).

**Разрешимость — неразрешимость
проблемы нетранзитивности
превосходства:
простая и алгоритмическая⁴**

Еще со времен древних математиков известно, что наряду с разрешимыми задачами существуют и неразрешимые, причем их неразрешимость строго доказана. Неразрешима, например, задача «квадратуры круга»: с помощью циркуля и линейки невозможно построить квадрат, равный заданному кругу по площади или же заданной окружности по периметру. (Данная задача разрешима, если использовать еще и другие инструменты — например, нерастяжимую нить.)

Эта неразрешимость относительно понятна: простой здравый смысл подсказывает, что не всякая задача может быть решена с использованием имеющихся средств. Однако существует другой тип неразрешимости, и с ней обыденному здравому смыслу справиться значительно труднее. Это алгоритмическая неразрешимость.

Алгоритм определяется как общепонятная система точных предписаний, представляющая в общем виде решение всех задач определенного класса и позволяющая безошибочно решать любую задачу этого класса за конечное число шагов. Для организации мышления было бы очень удобно, чтобы для любой задачи был расписан свой алгоритм — строгая, однозначно определенная последовательность шагов, операций, которая всегда безошибочно приводила бы к решению. Еще лучше было бы разработать настолько универсальный алгоритм, чтобы он был приложим не только к отдельному типу задач (например, на сравнение) или к отдельной области (например, геометрии), а вообще к любой задаче, с которой только могут столкнуться люди в какой угодно области. Иначе говоря, хорошо было бы иметь метод «универсальный решатель задач».

Однако надежды на существование такого универсального метода оказались несбыточными. В XX в. было открыто чрезвычайно важное явление алгоритмической неразрешимости: было строго доказано, что многие однотипные, корректно поставленные массовые задачи, относящиеся к одному и тому же классу, в принципе не имеют каких-либо алгоритмов решения. Однотипность этих задач означает лишь полную однотипность условий и требований, но не однотипность методов решения, которая здесь, как ни парадоксально, невозможна! (Пенроуз, 2003; Плесневич, 1974).

⁴Я глубоко признателен доктору философских наук А.Н. Кричевцу за совместное обсуждение этого раздела статьи.

Алгоритмическая неразрешимость массовой проблемы не означает неразрешимости той или иной единичной проблемы данного класса. Та или иная конкретная проблема может иметь решение, причем даже вполне очевидное, а для другой проблемы может существовать простое и очевидное доказательство отсутствия решения (доказательство того, что множество решений пусто). Но в целом данный класс проблем не имеет ни общего универсального алгоритма решения, применимого ко всем проблемам этого класса, ни ветвящегося алгоритма разбиения класса на подклассы, к каждому из которых был бы применим свой специфический алгоритм. Для решения отдельных подклассов задач нужно разрабатывать свои алгоритмы; для некоторых отдельных задач требуется разработка методов, вынужденно ограниченных, уникальных.

Алгоритмически неразрешимыми являются, например, проблема распознавания: остановится или нет (не зависнет ли в бесконечном цикле) произвольно выбранная машина Тьюринга (идеальная теоретическая модель любого программируемого устройства, на которой может быть реализован любой алгоритм) и вообще любая программа алгоритмического типа; проблема эквивалентности программ; тождества двух математических выражений; проблема распознавания того, можно ли из имеющихся автоматов собрать заданный автомат, а также множество других проблем, относящихся к топологии, теории групп и другим областям (Плесневич, 1974, с. 87–89).

Алгоритмическая неразрешимость как невозможность обобщен-

ной системы точных предписаний по решению задач одного и того же типа имеет принципиальное значение для психологии мышления и для теории познания вообще (Поддьяков, 2002; 2006). Она означает наложение ряда принципиальных ограничений на основные компоненты деятельности человека или деятельности любой другой системы, обладающей психикой. Это ограничения на планирование деятельности, на ее осуществление, на контроль результатов, коррекцию. Данные компоненты не могут быть построены на алгоритмической основе. Они могут включать те или иные алгоритмические процедуры, но принципиально не могут быть сведены к ним. В решении комплексных задач всегда наличествуют неалгоритмизуемые компоненты, и именно они представляют основную сложность. С другой стороны, объективная невозможность универсальных точных предписаний, однозначно приводящих к заданному результату, означает *свободу выбора и объективную необходимость творческого поиска*.

Обратимся к проблеме транзитивности — нетранзитивности отношения превосходства. Как было показано выше, в некоторых ситуациях переходность превосходства соблюдается (например, для свойства длины), а в некоторых — нет (для нетранзитивных костей, танков и т. д.). Сформулируем проблему алгоритмической разрешимости — неразрешимости для отношения транзитивности. Может ли существовать алгоритм, который бы позволял установить, соблюдается или нарушается принцип транзитивности превосходства для произвольно выбранных

трех и более объектов? Существует ли общий формальный метод, который позволял бы установить, что, например, в случае сравнения конкретных объектов А, В, С переходность превосходства соблюдается, а в случае сравнения X, Y, Z — нет?

Мы утверждаем, что в общем случае проблема установления транзитивности — нетранзитивности превосходства включает несколько алгоритмически неразрешимых проблем, в том числе проблему установления тождества математических выражений и проблему останова⁵ — зависания в бесконечном цикле программ алгоритмического типа, и, следовательно, сама является алгоритмически неразрешимой. Обоснуем это утверждение.

При сравнительной оценке сложных взаимодействующих систем, обладающих множеством характеристик, которые способны влиять на исход взаимодействия этих систем, а значит, и на результат сравнения, математические функции, с помощью которых производится сравнение, могут несколько различаться для пар А—В, В—С, С—D и т. д., хотя бы потому, что могут в той или иной степени различаться характеристики сравниваемых объектов, количество этих характеристик и т. д.

Введем некоторые формализмы. Пусть функция предпочтительности $f(A, B)$ при сравнении двух объектов А и В принимает значения больше 0,

если первый объект превосходит второй, меньше 0, если первый уступает второму, и 0, если они равноценны. В общем случае при попарном сравнении трех объектов А, В, С придется оперировать различающимися функциями:

$$\begin{aligned} f(a_1, \dots, a_k, b_1, \dots, b_m), \\ f'(b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_n), \\ f''(a_1, \dots, a_k, c_1, \dots, c_n), \end{aligned}$$

где a_1, \dots, a_k — множество характеристик объекта А; b_1, \dots, b_m — множество характеристик объекта В; c_1, \dots, c_n — множество характеристик объекта С.

Итак, оперируя этими функциями, надо определить, соблюдается ли принцип транзитивности отношения превосходства, т. е. следует ли, что $f''(a_1, \dots, a_k, c_1, \dots, c_n) > 0$ из того, что $f(a_1, \dots, a_k, b_1, \dots, b_m) > 0$ и $f'(b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_n) > 0$. Проблема установления эквивалентности математических функций является алгоритмически неразрешимой, и условие, что $f(a_1, \dots, a_k, b_1, \dots, b_m) > 0$ и $f'(b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_n) > 0$, в общем случае недостаточно для того, чтобы перевести в разряд алгоритмически разрешимых проблему определения значения $f''(a_1, \dots, a_k, c_1, \dots, c_n)$.

Продолжим рассуждение.

Пусть есть несколько компьютерных программ, борющихся друг с другом. Победителем считается та программа, которая вызывает останов другой программы (или ее зависание в цикле — это дело договоренности)⁶. Пусть программа А чаще побеждает В (вызывает ее останов), чем

⁵Останов — переход ЭВМ в состояние, при котором прекращается выполнение команд (Першиков, Савинков, 1991, с. 244).

⁶Конкретный пример разработки и использования программы, выигрывающей у других программ путем блокирования процесса их вычислений на международном турнире, приводит Д. Финоженок (Финоженок, 2003).

программа В побеждает А; и программа В побеждает С чаще, чем программа С побеждает В. Вопрос: как будет обстоять дело в паре А—С? Проблема останова — зависания является алгоритмически неразрешимой, и информация о том, что А чаще вызывает зависание В, а В чаще вызывает зависание С, в общем случае недостаточна для того, чтобы перевести в разряд алгоритмически разрешимых проблему распознавания попадания в цикл или останова в паре А—С и соотношения зависимостей — остановов этих программ.

При этом еще раз подчеркнем, что та или иная конкретная задача, относящаяся к классу алгоритмически неразрешимых, в том числе задача о транзитивности — нетранзитивности превосходства в конкретной тройке объектов А, В, С, может иметь решение, и даже вполне очевидное. Проблема в том, что нет общего алгоритмического метода нахождения этих решений. Необходимо искать, создавать конкретные методы, пригодные для решения именно данной задачи. Для каждого такого решения приходится каждый раз особым образом комбинировать различные элементы знания. Построение «здания» решения задачи, относящейся к классу алгоритмически неразрешимых, с неизбежностью требует эвристических приемов и творчества: способ решения не выводится из более общего известного типового метода, а изобретается. При этом *достижимость решения не может быть гарантирована на 100% никакими методами в отличие от ситуации с алгоритмически разрешимыми задачами. Здесь неизбежно начинают играть роль индивидуальные творческие возможности решающего.*

Нормативный принцип транзитивности превосходства как «троянский конь»

Итак, переходность отношения превосходства во многих принципиально важных случаях не соблюдается, а проблема установления, соблюдается ли она в том или ином конкретном случае, алгоритмически неразрешима. Фактически это означает, что нормативный канонический принцип транзитивности превосходства может быть своеобразным «троянским конем» или частью более широкого «троянского обучения».

Метафора «троянского коня» в сообщении информации и в обучении означает сообщение такой информации, формирование у субъекта таких знаний, умений, навыков, которые наносят тот или иной ущерб, приводят к нежелательным для него результатам, причем он не был осведомлен об этих негативных составляющих информации (обучения) (Поддьяков, 2006; Поддьяков, в печати). «Троянский конь» может быть создан непреднамеренно (например, в результате ошибки автора сообщения, ошибки добросовестного, но не вполне компетентного преподавателя и т. д.), а также преднамеренно — как элемент формирования доктрины противника, если использовать термин В.А. Лефевра (Лефевр, 2000а).

Прежде всего, апеллирование к переходности превосходства может быть специально созданным троянским конем. Например, преднамеренная последовательная демонстрация пар сравниваемых объектов может создавать у человека, для которого производится демонстрация,

ложное представление об иерархии этих объектов и их предпочтительности, провоцируя ошибочный выбор. Таким образом, апеллирование к переходности превосходства может быть средством рефлексивного управления чужим выбором (Поддьяков, 2000).

Кроме того, представление в учебниках и руководствах транзитивности превосходства как аксиомы и как нормативного канонического принципа принятия решений без сообщения о границах его применимости и о классах случаев, где транзитивность не соблюдается, оказывается непреднамеренным троянским конем. Человек, усвоивший этот принцип как аксиому, не будет готов к столкновению со случаями закономерной нетранзитивности превосходства. Ему может понадобиться значительно больше времени, чтобы понять, например, суть мошенничества с помощью вышеописанных нетранзитивных костей, чем тому, кто не отягощен оказанной ему медвежьей образовательной услугой — «вдолбленным» в него знанием о транзитивности как аксиоме.

Психологические орудия овладения и совладания с нетранзитивностью

Уровень обыденного сознания

Для овладения, стимулирования понимания возможностей и закономерностей нарушения транзитивности в тех или иных ситуациях создан ряд культурных средств (Поддьяков, 2006). Описания нарушения транзитивности отношения превосходства, причем такого нарушения, которое

связано со взаимодействиями сравниваемых объектов, люди с детства встречают в фольклоре (сказках, считалках и т. п.), в описаниях реальных событий, в играх. В сказках часто встречается нетранзитивная иерархия взаимодействующих персонажей: например, кошка пугает мышку и командует ею, собака пугает кошку и командует ею и т. д., но самый последний и, казалось бы, самый сильный и влиятельный участник этой пирамиды боится мышки, т. е. самого слабого участника взаимодействий. Сходные ситуации часто представлены в современных литературных и кинопроизведениях.

Что касается игр на нетранзитивность, то среди них, пожалуй, самой известной является «Камень, ножницы, бумага». Правила таковы. Оба играющих должны одновременно по счету «раз, два, три» показать либо сжатый кулак («камень»), либо кулак с оттопыренными указательным и средним пальцем («ножницы»), либо ладонь со всеми растопыренными пальцами («бумага»). Игрок, показавший камень, выигрывает у игрока, показавшего ножницы («камень тупит ножницы»). Игрок, показавший ножницы, выигрывает у игрока, показавшего бумагу («ножницы режут бумагу»). Но игрок, показавший бумагу, выигрывает у игрока, показавшего камень (как объясняется, камень можно завернуть в бумагу, и это завертывание, закрытие рассматривается как лишение «боеспособности»). Можно видеть, что в данной игре, моделирующей конфликт трех систем, принцип транзитивности отношения превосходства нарушается: при попарных сравнениях камень предпочтительнее

ножниц, ножницы предпочтительнее бумаги, а бумага — камня. Однозначно, линейно упорядочить отношения превосходства по признаку «боепригодности», «победоносности» здесь невозможно. Аналогичные игры — «Охотник, медведь, домохозяйка», «Мангуст, кобра и бульдог» и др. — существуют в разных культурах.

С одной стороны, во всех этих игровых и сказочных ситуациях проявляется присущая фольклору тенденция к обыгрыванию парадоксального. С другой стороны, в них формируется и отрабатывается понимание и готовность действовать в ситуациях нетранзитивности.

Уровень разработки учебных курсов и программ

Частью некоторых учебных курсов и программ является проблематизация отношения превосходства как транзитивного и экспликация случаев, в которых наблюдается закономерная нетранзитивность превосходства (Поддьяков, 2006; Секей, 1989; Roberts, 2004).

Уровень деятельности экспертов

Н.А. Абрамова и С.В. Коврига (Абрамова, Коврига, 2004) специально анализируют логические, психологические и организационные аспекты деятельности экспертов, включающей сравнительные оценки разных объектов (систем, ситуаций) на предмет их предпочтительности. Эти авторы показывают, что нетранзитивность оценок, выявленных у эксперта, может быть результатом применения к его знаниям более грубой модели знаний, навязанной технологией (проце-

дурой) оценивания и вызванный этой моделью и процедурой искажающим эффектом. Они считают, что в ряде случаев нетранзитивность оценок эксперта является адекватным отражением объективной ситуации. Но квалифицированный эксперт знает и о том, что нарушение транзитивности нормативно считается нарушением основного правила логического вывода. Таким образом, канонический принцип транзитивности отношения превосходства выступает прежде всего как фактор влияния на эксперта, и который должен как-то справляться с этой ситуацией. Н.А. Абрамова и С.В. Коврига выделяют три варианта реакции эксперта на нормативную оценку нетранзитивности отношения предпочтительности как ошибочного в такой ситуации оценивания, где он считает реальные отношения нетранзитивными.

1. Эксперт нацелен на задачу определения наиболее предпочтительного элемента и при этом уверен в адекватности своих эвристик и слабо подвержен тем или иным внешним влияниям. Тогда, признавая принцип транзитивности отношения предпочтительности верным в условиях его применимости, он считает его неприменимым к конкретной решаемой задаче и отстаивает свое решение.

2. Эксперт нацелен на задачу определения наиболее предпочтительного элемента, но при этом подвержен влиянию канонических логических схем или иным факторам влияния. Тогда при помощи принципа транзитивности он склонен подогнать результат под нормативное требование корректности, выбирая за основу любую пару предпочтений, хотя достоверность конечного результата —

определения наиболее предпочтительного элемента — для него очевидна. Н.А. Абрамова и С.В. Коврига квалифицируют это как пример реализации риска особого типа — ошибочного исправления ошибочно признанной ошибки, результатом чего оказывается менее достоверное знание, чем исходное.

3. Эксперт нацелен на задачу локальных парных сравнений (четко следует заданной инструкции «от вас требуется только сравнение пар»), уверен в адекватности своих эвристик и слабо подвержен внешним влияниям. Хотя он понимает, что нормативный принцип транзитивности в его сравнительных оценках нарушен, он не склонен ни изменять их, ни, оставив их нетранзитивными, тревожиться по этому поводу, поскольку он следовал заданной инструкции, а принцип транзитивности не считает универсальным.

Н.А. Абрамова и С.В. Коврига разработали обобщенную схему анализа факторов, влияющих на достоверность решения о признании экспертом-аналитиком своей ошибки. Схема позволяет проводить анализ рисков в конкретных технологиях и отдельных ситуациях с учетом психологических особенностей людей, влияющих на принятие решения. Авторы показывают, что для такого анализа целесообразно применять рефлексивный подход, когда участники взаимодействий взаимно оценивают друг друга и используются друг другом эвристики.

Помимо этого переговорного процесса, на уровне деятельности экспертов и на уровне обыденного сознания эффективным средством борьбы с рефлексивным управлени-

ем и навязыванием неадекватных представлений о превосходстве или предпочтительности тех или иных решений является активное самостоятельное исследовательское поведение и экспериментирование человека, направленное на изучение конкретных и даже уникальных соотношений в группах сравниваемых объектов или субъектов (Поддьяков, 2000; 2006).

Все вышеизложенное позволяет нам сделать следующее заключение.

Принцип транзитивности отношения превосходства не является универсальным, его несоблюдение не может считаться в общем случае логической ошибкой, и предложение его соблюдать не должно носить характера абсолютного канонического требования. Во множестве предметных областей и с помощью различных исследовательских методов показано, что аксиома транзитивности, справедливая при отсутствии взаимодействий, перестает работать в более сложных ситуациях, когда взаимодействия все-таки происходят, а сравнение производится именно по способности взаимодействовать. Здесь требуется изменение способа рассуждений, и само следование аксиоме транзитивности может стать логической ошибкой.

Следует различать 4 типа ситуаций, связанных с объективностью отношений транзитивности — нетранзитивности и с их субъективной оценкой человеком.

1-й тип: отношения превосходства между рассматриваемыми системами (элементами и т. д.) объективно транзитивны, и субъект правильно оценивает их как транзитивные,

используя классическую логику сравнения и нормативный принцип транзитивности.

2-й тип: отношения превосходства объективно транзитивны, но субъект ошибочно оценивает их как нетранзитивные (это ситуации, моделируемые в экспериментах школы А. Тверски и др.).

3-й тип: отношения превосходства объективно нетранзитивны, но субъект ошибочно оценивает их как транзитивные.

4-й тип: отношения превосходства объективно нетранзитивны, и субъект правильно оценивает их как нетранзитивные.

Отношения превосходства транзитивны в случае сравнения объектов, описываемых одной одномерной характеристикой (например, длиной) и не взаимодействующих между собой. В случаях взаимодействия объектов, описываемых многомерным пространством характеристик, пусть и четко сформулированных, проблема определения транзитивности — нетранзитивности отношения превосходства переходит в разряд алгоритмически неразрешимых (что не исключает возможности решения тех или иных конкретных задач, входящих в этот класс).

С психологической точки зрения важно, что алгоритмическая неразрешимость комплексных проблем, в том числе проблемы транзитивности —

нетранзитивности отношения превосходства, означает свободу выбора и объективную необходимость творческого поиска решения. При этом достижимость этого решения не может быть гарантирована на 100% никакими методами в отличие от ситуации с алгоритмически разрешимыми задачами. Здесь неизбежно начинают играть роль индивидуальные творческие возможности субъекта.

Все сказанное относится не только к сравнению относительно простых объектов, но и к сравнительному анализу взаимодействующих культурных, общественных, идеологических, научных систем, обладающих различными преимуществами и различными недостатками. При попытках выстроить эти системы в иерархию на основе транзитивного отношения превосходства совокупность преимуществ одной системы может восприниматься и использоваться как «убийственная» по сравнению с недостатками другой («Достоинства нашей системы значительно лучше, чем недостатки вашей»), хотя их реальные отношения не дают оснований для однозначных выводов и линейной иерархизации. Понимание относительности принципа транзитивности отношений превосходства и его ограничений — важный компонент успешного решения комплексных проблем, компонент логики неклассической парадигмы.

Литература

Абрамова Н.А., Коврига С.В. О рисках, связанных с ошибками экспертов и аналитиков // Труды 4-й Международной

конференции «Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций». М.: ИПУ РАН, 2004. Т. 2. С. 12–23.

- Алексеева Л.Н., Котылов Г.Г., Марача В.Г.* Исследовательская деятельность учащихся: формирование норм и развитие способностей // Исследовательская работа школьников. 2003. № 4. С. 25–28.
- Брушлинский А.В.* Субъект: мышление, учение, воображение. М.: Изд-во «Институт практической психологии», 1996.
- Ваннах М.* Теорема Эрроу против политической корректности // Компьютерра. 2002. № 48. 10 декабря; WWW Document] URL <http://www.computerra.ru/offline/2002/473/22508>.
- Гарднер М.* Крестики-нолики. М.: Мир, 1988.
- Дружинин В.Н.* Психология семьи. Екатеринбург: Деловая книга, 2000.
- Зиновьев А.А.* Логическая физика. М.: Наука, 1972.
- Ивин А.А.* Логика. М.: Знание, 1998.
- Козелецкий Ю.* Психологическая теория решений. М.: Прогресс, 1979.
- Лефевр В.А.* Конфликтующие структуры. М.: ИП РАН, 2000а; Электр. версия: WWW Document URL http://www.procept.ru/biblio/lefevr_conflict_structure.htm.
- Лефевр В.А.* Элементы логики рефлексивных игр // Рефлексивное управление: Сб. ст. Международный симпозиум. 17–19 октября 2000 г. / Под ред. В.Е. Лепского. М.: ИП РАН, 2000б. С. 8–30.
- Ломов Б.Ф.* Методологические и теоретические проблемы психологии. М.: Наука, 1984.
- Мельников Б., Радионов А.* Программирование недетерминированных игр // *Гордон А.Г.* Диалоги. М.: Предлог, 2005. С. 93–112.
- Мельников Ю.Н.* Исследование сложных систем. М.: МЭИ, 1983.
- Мосеев А.В.* Применение методов искусственного интеллекта в переборных алгоритмах. Дипломная работа. Ульяновск: УГУ, 1999; WWW Document URL <http://underwood.narod.ru/as/diplom/index.html#index>.
- Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986.
- Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексивные игры. М.: СИНТЕГ, 2003.
- Пенроуз Р.* Новый ум короля: о компьютерах, мышлении и законах физики. М.: Едиториал УРСС, 2003.
- Першиков В.И., Савинков В.М.* Толковый словарь по информатике. М.: Финансы и статистика, 1991.
- Петровский В.А.* Личность в психологии. Ростов н/Д: Феникс, 1996.
- Плесневич Г.С.* Неразрешимые алгоритмические проблемы // Энциклопедия кибернетики. Киев: Гл. редакция УСЭ, 1974. Т. 2. С. 87–89.
- Поддьяков А.Н.* Исследовательское поведение: стратегии познания, помощь, противодействие, конфликт. М.: Эребус, 2006.
- Поддьяков А.Н.* Отношения превосходства в структуре рефлексивного управления // Рефлексивное управление: Тезисы международного симпозиума / Под ред. А.В. Брушлинского, В.Е. Лепского. М.: ИП РАН, 2000. С. 37–38.
- Поддьяков А.Н.* Решение комплексных задач // Когнитивная психология / Под ред. В.Н. Дружинина, Д.В. Ушакова. М.: ПЕР СЭ, 2002. С. 225–233.
- Поддьяков А.Н.* Троянское обучение и сопротивление ему // Народное образование (в печати).
- Поспелов Д.А.* Игры рефлексивные // Энциклопедия кибернетики. Киев: Гл. редакция УСЭ, 1974. Т. 1. С. 343.
- Поспелов Д.А.* Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. М.: Радио и связь, 1989.
- Секей Г.* Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. М.: Мир, 1990.

- Финоженко Д.* GridWars II: битва за процессоры // Бумажная компьютерра. 2003. 19 августа. № 28 (503); WWW Document URL <http://www.kinnet.ru/cterra/503/28732.html>.
- Шовен Р.* Поведение животных. М.: Мир, 1972.
- Юревич А.В.* Интеграция психологии: утопия или реальность? // Вопросы психологии. 2005. № 3. С. 16–28.
- Ainley S.* Mathematical puzzles. N.J.: Prentice-Hall, 1978.
- Baumann P.* Theory choice and the intransitivity of «Is a better theory than» // Philosophy of science. 2005. 72. 231–240.
- Boddy L.* Interspecific combative interactions between wood-decaying basidiomycetes // FEMS Microbiology Ecology. 2000. 31. 185–94.
- Deshpande M.N.* Intransitive dice // Teaching statistics. 2000. 22 (1). 4–5.
- Eppley S.* Benevolent strategic indifference and group strategy equilibria: Minimal defense and truncation resistance as criteria for voting rules. 2003; WWW Document URL <http://alumnus.caltech.edu/~seppley/Strategic%20Indifference.htm>.
- Flavell J.H., Miller P.H., Miller S.A.* Cognitive development. N.J.: Prentice-Hall, 2002.
- Intransitive dice. WWW Document URL <http://edp.org/dice.htm>.
- Piotrowski E.W., Makowski M.* Cat's dilemma – transitivity vs. intransitivity // Fluctuation and noise letters. 2005. 5. 1. L85–L95.
- Poddiakov A.N., Valsiner J.* Intransitivity cycles and their transformations: how dynamically adapting systems function? // Theory & Psychology (в печати).
- Rapoport A.* Foreword // *Lefebvre V.* The structure of awareness. Beverly Hills, Ca.: Sage, 1977. P. 9–37.
- Roberts T.S.* A ham sandwich is better than nothing: Some thoughts about transitivity // Australian Senior Mathematics Journal. 2004. 18 (2). 60–64.
- Shafir S.* Intransitivity of preferences in honey bees: support for comparative evaluation of foraging options // Animal Behaviour. 1994. 48. 55–67.
- Schelling T.* The strategy of conflict. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1960.
- Temkin L.S.* A continuum argument for intransitivity // Philosophy and public affairs. 1996. 25. 175–21.
- Temkin L.* Intransitivity and the person-affecting principle: a response // Philosophy and phenomenological research. 1999. LIX(3). 777–784.
- Tversky A.* Intransitivity of preferences // Psychological review. 1969. 76. 31–48.
- Tversky A., Kahneman D.* Rational choice and framing of decisions // Journal of business. 1986. 59. 251–278.
- Valsiner J.* Devadasi temple dancers and cultural construction of persons-in-society // Dimensions of human society and culture / M.K. Raha (ed.). New Delhi: Gyan Publishing House, 1996. P. 443–476.
- Voting paradox // Wikipedia. [WWW Document] URL http://en.wikipedia.org/wiki/Condorcet%27s_paradox.